

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.09 Численные методы

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.01 Математика

Направленность (профиль)

01.03.01.31 Математический анализ, алгебра и логика

Форма обучения

очная

Год набора

2022

Красноярск 2022

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили _____

д.ф.-м.н., профессор, Бекежанова В.Б.

должность, инициалы, фамилия

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Целью преподавания дисциплины «Численные методы» является:

- обучение студентов основным (базовым) численным методам решения классических задач алгебры, математического анализа и математической физики;
- формирование навыков и умений, необходимых при постановке задач вычислительной математики, построении и выборе эффективных алгоритмов, программировании методов, использовании стандартных математических пакетов для расчетов, анализе и интерпретации результатов вычислений;
- изучение математических моделей, алгоритмов, методов, программного обеспечения, инструментальных средств, необходимых для решения классических задач;
- углубление математического образования, развитие системного восприятия дисциплин, предусмотренных учебным планом для данного направления;
- подготовка студентов к дальнейшему самообразованию и применению полученных знаний в научно-исследовательской деятельности в областях, использующих математические методы и компьютерные технологии, при решении задач естествознания, техники, управления и экономики.

1.2 Задачи изучения дисциплины

Изучение дисциплины «Численные методы» направлено на:

- ознакомление студентов с основными понятиями и идеями вычислительной математики;
- формирование представлений о разделах вычислительной математики, основных алгоритмах методов вычислений, месте и роли вычислительной математики и вычислительного эксперимента;
- освоение студентами методики постановки и проведения вычислительного эксперимента с помощью современных компьютеров;
- овладение базовыми знаниями в области классических численных методов и освоение методами численного решения классических задач линейной и нелинейной алгебры, аппроксимации функций, численного дифференцирования и интегрирования, численного решения начальных и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных и систем дифференциальных уравнений;
- формирование умений оценивать возникающую вычислительную погрешность и доказывать основные теоремы теории численных методов;
- овладение навыками построения эффективных численных алгоритмов с использованием изученных языков высокого уровня, сравнения методов применительно к конкретным задачам по точности, скорости и затратности;
- формирование навыков использования специализированных математических пакетов прикладных программ, позволяющих сочетать реализацию численных алгоритмов с аналитическими представлениями и графическим отображением результатов вычислений;

- формирование навыков самостоятельного поиска, анализа и использования научно-технической литературы, а также самостоятельного освоения стандартных математических пакетов;

- формирование умений интерпретировать и использовать полученные знания при проведении научных и прикладных исследований в сфере высоких технологий, преподавании информатики и естественнонаучных дисциплин.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	
ОПК-1.1: Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	
ОПК-1.2: Осуществляет выбор метода решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	
ОПК-2: Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	
ОПК-2.1: Выписывает математические постановки классических моделей, применяемых в естествознании, технике, экономике и управлении	
ОПК-2.2: Исследует и анализирует математические модели, применяемые в естествознании, технике, экономике и управлении	
ОПК-2.3: Применяет языки программирования и пакеты прикладных программ для проведения математического моделирования	
ОПК-5: Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	

ОПК-5.1: Разрабатывает	
алгоритмы решения прикладных задач с использованием математических и аналитических методов	
ОПК-5.2: Реализует алгоритмы с использованием современных средств разработки прикладного программного обеспечения	
ОПК-5.3: Применяет на практике знания основных положений и концепций прикладного и системного программирования, архитектуры компьютеров	

1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Сем естр	
		1	2
Контактная работа с преподавателем:	3,89 (140)		
занятия лекционного типа	1,94 (70)		
практические занятия	1,94 (70)		
Самостоятельная работа обучающихся:	2,11 (76)		
курсовое проектирование (КП)	Нет		
курсовая работа (КР)	Нет		
Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)	1 (36)		

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
1. Введение, элементы теории погрешностей. Численные методы линейной и нелинейной алгебры									
	1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Роль компьютерно-ориентированных численных методов в исследовании сложных мат. моделей.	2							
	2. Классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Прямая и обратная задача теории погрешностей. Неустойчивые алгоритмы. Задачи вычислительной алгебры. Прямые и обратные методы.	2							
	3. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Модификации метода. Условия применимости. LU – разложение матрицы.	2							

4. Вычисление определителя и обратной матрицы. Метод квадратного корня. Векторные и матричные нормы. Согласованность норм. Обусловленность СЛУ. Число обусловленности матрицы.	2							
5. Итерационные методы, их классификация. Методы Якоби, Зейделя, простой итерации и верхней релаксации. Каноническая форма одношаговых итерационных методов. Исследование сходимости итерационных методов. Необходимое и достаточное условие сходимости стационарного итерационного метода. Оценка скорости сходимости.	2							
6. Явный итерационный метод с чебышевским набором параметров. Теорема о выборе оптимального набора параметров	2							
7. Итерационные методы вариационного типа. Методы минимальных невязок, минимальных поправок, скорейшего спуска	2							
8. Полная и частичная проблема собственных значений. Итерационные методы решения частичной проблемы	2							
9. Метод Якоби решения полной проблемы собственных значений для симметричной матрицы. QR – метод. Оценки собственных чисел. Теоремы Гершгорина	2							
10. Точные методы решения СЛАУ. Обращение матрицы. Вычисление определителя			5					
11. Итерационные методы решения СЛАУ. Исследование сходимости методов. Оценка скорости сходимости			4					
12. Вычисление собственных значений и собственных векторов матрицы			5					

13.							18	
2. Аппроксимация функций. Решение нелинейных уравнений. Численное дифференцирование и интегрирование								
1. Задача интерполирования. Существование и единственность обобщенного интерполяционного многочлена. Интерполирование алгебраическими многочленами. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Оценка погрешности интерполяции	2							
2. Многочлены Чебышева. Оптимальный выбор узлов интерполирования. Явный итерационный метод с чебышевским набором параметров. Сходимость интерполяционного процесса	2							
3. Интерполирование с кратными узлами. Многочлены Эрмита. Интерполирование сплайнами. Существование и единственность кубического сплайна. Построение кубического сплайна	2							
4. Интерполирование тригонометрическими многочленами и приближение рациональными функциями. Наилучшее приближение функции, заданной таблично. Приближение функций в нормированном пространстве	2							
5. Задача численного дифференцирования. Простейшие операторы конечных разностей. Некорректность процедуры численного дифференцирования. Оценка погрешности. Задача численного интегрирования. Составные квадратурные формулы	2							

6. Квадратурные формулы интерполяционного типа на примере формул прямоугольников, трапеций и Симпсона. Погрешность. Апостериорная оценка погрешности по Рунге. Метод экстраполяции Ричардсона для повышения точности квадратурных формул	2							
7. Симметричные квадратурные формулы. Формулы Ньютона-Котеса. Формулы Гаусса. Построение. Оценка погрешности. Устойчивость. Формулы Эрмита	2							
8. Численное решение нелинейных уравнений. Выделение корней. Метод бисекции. Метод простой итерации. Теорема о сходимости метода простой итерации. Метод Эйткена ускорения сходимости	2							
9. Метод Ньютона, его модификации. Случаи простых и кратных корней. Условия сходимости. Метод секущих. Методы решения систем нелинейных уравнений. Теорема о неподвижной точке	2							
10. Аппроксимация функций. Построение интерполяционных многочленов Лагранжа, Ньютона и Эрмита. Сплайн-интерполяция. Приближение функций, заданных таблично. Приближение функций в нормированном пространстве			6					
11. Численное дифференцирование, исследование корректности процедуры численного дифференцирования. Численное интегрирование. Составные квадратурные формулы. Формулы Гаусса. Сравнение погрешности различных квадратурных формул			10					

12. Численное решение нелинейных уравнений и систем			6					
13.							18	
3. Численные методы решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений								
1. Методы решения задачи Коши. Решение с помощью формулы Тейлора. Основные понятия и определения. Простейшие примеры численных методов (метод Эйлера, схема с весами, методы типа предиктор-корректор). Общая формулировка методов Рунге-Кутты	2							
2. Семейства методов Рунге-Кутты 2-го, 3-го, 4-го порядков точности. Построение методов заданного порядка точности	2							
3. Численное решение задачи Коши с автоматическим выбором шага. Многошаговые разностные методы. Методы Адамса. Погрешность аппроксимации и устойчивость разностных методов	2							
4. Численное интегрирование жестких систем. Методы Гира	2							
5. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем уравнений. Построение методов Рунге-Кутты			6					
6.							14	
4. Численное решение задач математической физики								
1. Методы построения разностных схем. Основные понятия теории разностных схем. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема об эквивалентности	2							
2. Методы исследования устойчивости разностных схем. Необходимое условие устойчивости по начальным данным. Необходимый спектральный признак Неймана	2							

3. Достаточное условие устойчивости. Принцип максимума. Принцип максимума для уравнений параболического и эллиптического типа. Теорема сравнения. Устойчивость по граничным условиям	2							
4. Теорема об оценке решения неоднородного уравнения. Разностные схемы для уравнений переноса. Явные схемы для задачи Коши. Неявная схема для решения краевых задачи. Схема с весами	2							
5. Разностные схемы для одномерного уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами. Схема с весами. Исследование свойств схемы с весами	2							
6. Аппроксимация граничных условий. Метод прогонки для решения краевых задач	2							
7. Разностные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Экономичные разностные схемы. Схема переменных направлений. Метод суммарной аппроксимации	2							
8. Методы решения сеточных уравнений для эллиптических задач. Методы Якоби, Зейделя, верхней релаксации на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона	2							
9. Метод прямых для решения задач математической физики. Продольная и поперечная схемы метода. Случай эллиптической задачи	2							
10. Случаи параболических и гиперболических задач. Вариационные методы. Основные понятия. Метод Рунге	2							

11. Выбор базисных функций для реализации метода Рунге. Метод Галеркина. Метод Галеркина для решения спектральных задач	2							
12. Методы взвешенных невязок. Метод коллокаций, метод наименьших квадратов, метод моментов, метод подобластей	4							
13. Решение краевых задач для параболических уравнений. Исследование сходимости разностных схем			8					
14. Решение краевых задач для эллиптических уравнений			6					
15. Решение краевых задач для гиперболических уравнений			6					
16. Решение краевых и спектральных задач методом Галеркина			8					
17.							26	
Всего	70		70				76	

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Зализняк В. Е., Щепановская Г. И. Теория и практика по вычислительной математике: учебное пособие для студентов вузов по специальности (направлению) подготовки ВПО 010501 (010500.62) "Прикладная математика и информатика" (ОПД. Ф.09-Численные методы)(Красноярск: СФУ).
2. Зализняк В.Е. Численные методы. Основы научных вычислений: учеб. пособие для бакалавров по спец. (напр.) подг. 010501 (010500.62) "Прикладная математика и информатика"(Москва: Юрайт).
3. Пирумов У. Г. Численные методы: теория и практика: учебное пособие для студентов вузов (бакалавров), обучающихся по направлению "Математика. Прикладная математика"(Москва: Юрайт).
4. Самарский А. А. Введение в численные методы: учебное пособие для вузов(Москва: Лань).
5. Распопов В. Е., Клунникова М .М., Сапожников В. А., Гохвайс Е. В. Численные методы: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины (Красноярск: ИПК СФУ).

4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):

1. Пакеты прикладных программ MatLAB, MathCAD или Maple.
2. Интегрированные среды для языков Delphi, Fortran, Pascal, Visual C (C++)

4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Справочная система
2. <http://www.mathworks.com/support/learn-with-matlab-tutorials.html>

5 Фонд оценочных средств

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Быстродействующие ПЭВМ (15 шт.), лицензионные пакеты программ (см. п. 9.1.)